

ČÍSELNÉ OBORY

PŘIROZENÁ ČÍSLA

- přirozená jsou čísla vyjadřující počet (prvků v neprázdné množině)
- $\mathbb{N} = \{1; 2; 3; \dots\}$

OPERACE S PŘIROZENÝMI ČÍSLY

sčítání

$$\begin{array}{c} a + b = c \leftarrow \text{součet} \\ \text{sčítanci} \quad \blacktriangle \quad \blacktriangle \end{array}$$

- komutativnost sčítání – výsledek nezávisí na pořadí sčítanců: $a + b = b + a$
- asociativnost sčítání: $(a + b) + c = a + (b + c)$
- součet dvou přirozených čísel je číslo přirozené

odčítání

$$\begin{array}{c} a - b = c \leftarrow \text{rozdí} \\ \text{menšenec} \quad \blacktriangle \quad \blacktriangle \end{array}$$

- rozdí dvou přirozených čísel nemusí být přirozené číslo (nemusí v množině přirozených čísel existovat)

násobení

$$\begin{array}{c} a \cdot b = c \leftarrow \text{součin} \\ \text{činitelé} \quad \blacktriangle \quad \blacktriangle \end{array}$$

- komutativnost násobení – výsledek nezávisí na pořadí činitelů: $a \cdot b = b \cdot a$
- asociativnost násobení: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- distributivnost: $c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b$
- součin dvou přirozených čísel je číslo přirozené

dělení

$$\begin{array}{c} a : b = c \leftarrow \text{rozdí} \\ \text{dělenec} \quad \blacktriangle \quad \blacktriangle \end{array}$$

- podíl dvou přirozených čísel nemusí být přirozené číslo (nemusí v množině přirozených čísel existovat)

CELÁ ČÍSLA

- množinu přirozených čísel „rozšíříme“ o výsledky všech rozdílů – přidáme záporná čísla a nulu
- $\mathbb{Z} = \{\dots -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$
- v $\mathbb{Z}$ existuje ke každému číslu a číslo opačné, značíme $-a$; platí $a + (-a) = 0$

DĚLITELNOST PŘIROZENÝCH ČÍSEL

- pokud pro přirozená čísla a a b existuje přirozené číslo c tak, že $a : b = c$, říkáme, že číslo a je dělitelné číslem b
- Znaky dělitelnosti:**
 - číslem 1 je dělitelné každé přirozené číslo
 - číslem 2 jsou dělitelná všechna sudá čísla (zápis čísla končí číslicí 0; 2; 4; 6 nebo 8)
 - přirozené číslo je dělitelné číslem 3 právě tehdy, když jeho ciferný součet je dělitelný třemi
 - přirozené číslo je dělitelné číslem 4 právě tehdy, když jeho poslední dvojčíslí je dělitelné čtyřmi
 - přirozené číslo je dělitelné číslem 5 právě tehdy, když jeho poslední číslice je 0 nebo 5
 - přirozené číslo je dělitelné číslem 6 právě tehdy, když je dělitelné dvěma a třemi
 - přirozené číslo je dělitelné číslem 8 právě tehdy, když jeho poslední trojčíslí je dělitelné osmi
 - přirozené číslo je dělitelné číslem 9 právě tehdy, když jeho ciferný součet je dělitelný devíti
 - přirozené číslo je dělitelné číslem 10 právě tehdy, když jeho poslední číslice je 0
- Čísla soudělná**
 - čísla a a b jsou soudělná, jestliže mají společného dělitele většího než 1
 - pokud čísla a a b nemají společného dělitele většího než 1, jsou nesoudělná
- prvočíslo**
 - prvočíslo je takové přirozené číslo, které má právě dva dělitele – je dělitelné jen jedničkou a samo sebou
 - přirozená čísla, která mají více než dva dělitele, jsou čísla složená
 - číslo jedna nepočítáme ani mezi prvočísla ani mezi čísla složená

RACIONÁLNÍ ČÍSLA

- množinu celých čísel „rozšíříme“ o výsledky všech podílů s výjimkou dělení nulou (pozor – nulou se nikdy dělit nesmí), tedy přidáme zlomky (zlomková čára a znak dělení vyjadřují tutéž operaci); tím dostaneme množinu racionálních čísel $\mathbb{Q}$
- racionální číslo je každé takové číslo, které lze zapsat ve tvaru zlomku $\frac{p}{q}$, kde p je celé a q je přirozené číslo a p a q jsou nesoudělná
- racionální čísla mohou být vyjádřena zlomkem nebo desetinným číslem
- desetinné číslo je racionální, pokud má konečný počet desetinných míst (např. 1,2) nebo má periodický desetinný rozvoj (např. 0,371)
- číslo, které má nekonečný a neperiodický desetinný rozvoj, je iracionální (např. 1,01001000100001000001..., $\sqrt{3}$, π , atd.)
- v $\mathbb{Q}$ existuje ke každému číslu $a \neq 0$ číslo převrácené – značíme $\frac{1}{a}$ nebo a^{-1} ; platí $a \cdot \frac{1}{a} = 1$

REÁLNÁ ČÍSLA

- do množiny reálných čísel $\mathbb{R}$ patří všechna racionální a všechna iracionální čísla
- reálná čísla „pokryjí“ právě celou číselnou osu – to znamená, že každému reálnému číslu odpovídá právě jeden bod číselné osy a naopak, každému bodu číselné osy odpovídá právě jedno reálné číslo

ABSOLUTNÍ HODNOTA REÁLNÉHO ČÍSLA

- absolutní hodnotu reálného čísla a značíme $|a|$
- pro $a \geq 0$ je $|a| = a$
- pro $a < 0$ je $|a| = -a$
- geometricky je absolutní hodnota reálného čísla rovna vzdálenosti bodu, který je obrazem tohoto čísla, od počátku číselné osy
- absolutní hodnota rozdílu dvou reálných čísel je rovna vzdálenosti bodů, které jsou obrazy těchto čísel na číselné ose

OPERACE S REÁLNÝMI ČÍSLY

- v množině reálných čísel definujeme sčítání a násobení
- operace sčítání reálných čísel je komutativní a asociativní a existuje neutrální prvek (nula) tak, že pro všechna reálná čísla x platí $x + 0 = 0 + x = x$; ke každému reálnému číslu a existuje číslo opačné, značíme $-a$; platí $a + (-a) = 0$
- odčítání čísla b je tedy jen přičítáním čísla $-b$
- operace násobení reálných čísel je komutativní a asociativní a existuje neutrální prvek (1) tak, že pro všechna reálná čísla platí $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$; ke každému reálnému číslu $a \neq 0$ existuje číslo převrácené (značíme $\frac{1}{a}$ nebo a^{-1}); platí $a \cdot \frac{1}{a} = 1$
- dělení číslem a je tedy jen násobením číslem $\frac{1}{a}$

INTERVALY

- interval je množina reálných čísel, která leží mezi dvěma mezemi intervalu, a to buď včetně těchto mezí nebo bez nich
- obrazem intervalu na číselné ose je úsečka nebo polopřímka (v posledním případě přímka), případně úsečka či polopřímka bez krajního/krajních bodů

Interval	Popis	Grafické znázornění
$(a; b)$	$\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$	
$\langle a; b)$	$\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$	
$(a; b]$	$\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$	
$\langle a; b]$	$\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$	
$(-\infty; b)$	$\{x \in \mathbb{R}; x < b\}$	
$(-\infty; b]$	$\{x \in \mathbb{R}; x \leq b\}$	
$(a; \infty)$	$\{x \in \mathbb{R}; a < x\}$	
$\langle a; \infty)$	$\{x \in \mathbb{R}; a \leq x\}$	
$(-\infty; \infty)$	$\mathbb{R}$	

DVOJICE ŘEŠENÝCH A NEŘEŠENÝCH ÚLOH

- 1 Vypočtěte, výsledek запиšte zlomkem v základním tvaru.

$$\left| \frac{21}{7} - 2 \right| - \frac{11}{5} : 11 - \frac{\sqrt{256}}{4^2} =$$

$$\left| \frac{21}{7} - 2 \right| - \frac{11}{5} : 11 - \frac{\sqrt{256}}{4^2} =$$

$$= \left| \frac{3}{4} - 2 \right| - \frac{11}{5} \cdot \frac{1}{11} - \frac{16}{16} = \left| -\frac{5}{4} \right| - \frac{1}{5} - 1 =$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{1}{5} - 1 = \frac{25 - 4 - 20}{20} = \frac{1}{20}$$

- 1 Vypočtěte, výsledek запиšte desetinným číslem.

$$\frac{\sqrt{196}}{\frac{35}{5}} - \left| \frac{2}{5} - 1 \right| + 9 : \frac{3}{5} =$$

- 2 Je dána množina $M = \left\{ -\frac{23}{6}; -\frac{11}{3}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7} \right\}$. Určete, kolik čísel z množiny M je větších než $-\frac{7}{2}$ a zároveň menších než $\frac{1}{3}$.

Všechny zlomky převedeme na společného jmenovatele:

$$-\frac{23}{6} = -\frac{161}{42}; -\frac{11}{3} = -\frac{154}{42}; \frac{2}{7} = \frac{12}{42}; \frac{3}{7} = \frac{18}{42};$$

$$-\frac{7}{2} = -\frac{147}{42}; \frac{1}{3} = \frac{14}{42}.$$

Danou podmínku splňuje právě jedno číslo z množiny $M \left(\frac{2}{7} \right)$.

- 2 Jsou dána čísla $-\frac{2}{3}; \frac{7}{2}; -\frac{9}{4}; \frac{7}{3}; -\frac{5}{3}$. Uspořádejte je od nejmenšího k největšímu.

- 3 V košíku je 48 kusů ovoce (jablek, hrušek, pomerančů a citrónů). Pět osmin z celkového počtu jsou jablka a třetina zbytku jsou hrušky. Pomerančů je stejný počet jako citrónů. Určete, kolik pomerančů je v košíku.

$$\text{Jablek je } \frac{5}{8} \text{ ze } 48 \dots\dots\dots 30.$$

$$\text{Hrušek je } \frac{1}{3} \text{ z } (48 - 30) \dots\dots\dots 6.$$

$$\text{Pomerančů a citrónů dohromady} \dots 48 - 30 - 6 = 12$$

$$\text{Počet pomerančů} \dots\dots\dots 12 : 2 = 6$$

V košíku je 6 pomerančů.

- 3 Budova školy má 84 oken, která je nutno umýt během prvního prázdninového týdne. Úklidová firma v pondělí umyla $\frac{3}{14}$ z celkového počtu oken. V úterý byl výkon firmy o 2 okna vyšší než v pondělí, ale ve středu bylo umyto o 5 % oken méně než v úterý. Ve čtvrtek umyli dvojnásobek toho, co zbylo na pátek, v pátek odpoledne byla všechna okna čistá. Kolik oken bylo nutno umýt v pátek?

- 4 Je dána množina M , která obsahuje všechna dvojčíselná čísla dělitelná pěti. Určete rozdíl největšího a nejmenšího čísla z množiny M .

$$M = \{10; 15; 20; \dots; 90; 95\}$$

$$95 - 10 = 85$$

- 4 Je dána množina M , která obsahuje všechna trojčíselná čísla dělitelná devíti. Zapište zlomkem v základním tvaru podíl největšího a nejmenšího čísla z množiny M .

- 5 Limonáda obsahuje jablečnou, pomerančovou a citrónovou šťávu. Poměr objemů jablečné a pomerančové šťávy je 1 : 4 a poměr objemů citrónové a pomerančové šťávy je 2 : 5. Určete poměr objemů jablečné a citrónové šťávy.

Na 4 díly pomerančové šťávy je 1 díl jablečné.

Na 5 dílů pomerančové šťávy jsou 2 díly citrónové,

tedy na 4 díly pomerančové je $\frac{2}{5} \cdot 4$ díly citrónové.

$$\text{Poměr objemů jablečné a citrónové} \dots \frac{1}{\frac{2}{5} \cdot 4} = \frac{1}{\frac{8}{5}} = \frac{5}{8}$$

Jablečná a citrónová šťáva jsou v limonádě v poměru 5 : 8.

- 5 V trojúhelníku ABC se stranami a, b, c platí $a : c = 2 : 3$ a $a : b = 3 : 4$. Určete poměr $b : c$.

- 6 Číslo 78 je o 50 % větší než číslo c . Určete číslo c .

$$78 = 1,5c \Rightarrow c = \frac{78}{1,5} = 52$$

- 6 Sadař sklídl v letošním roce 713 kg meruněk, což bylo o 15 % více než v loňském roce. Vypočtěte, jaká byla jeho sklizeň v loňském roce.

- 7 Řidič Adam najezdil o 10 % více než řidič Blažek a o 12 % méně než řidič Cílek. O kolik procent více, než řidič Blažek najezdil řidič Cílek?

Řidič Adam najezdil $\frac{88}{100}$ toho, co řidič Cílek, tedy řidič

Cílek $\frac{100}{88}$ toho, co řidič Adam.

Řidič Adam najezdil $\frac{110}{100}$ toho, co řidič Blažek, tedy

řidič Blažek $\frac{100}{110}$ toho, co řidič Adam:

$$\frac{100}{\frac{88}{100}} = \frac{110}{88} = 1,25.$$

Řidič Cílek najezdil o 25 % více než řidič Blažek.

- 7 Produkce firmy byla v únoru o 15 % větší než v lednu a o 25 % menší než v březnu. O kolik procent byla produkce v březnu vyšší než v lednu?

- 8 Vyznačte na číselné ose množinu všech reálných čísel x , která vyhovují nerovnosti $|x + 4| < 5$.

Výraz v absolutní hodnotě vyjádříme jako rozdíl $x + 4 = x - (-4)$. Hledáme tedy všechna čísla x , která mají od čísla -4 vzdálenost menší než 5, vyhovuje tedy interval $(-9; 1)$.



- 8 Vyznačte na číselné ose množinu všech reálných čísel x , která vyhovují nerovnosti $|x - 5| \geq 3$.

- 9 Určete, kolik cifer má ve svém dekadickém zápisu číslo $2^8 \cdot 5^9$.

$$2^8 \cdot 5^9 = (2 \cdot 5)^8 \cdot 5 = 10^8 \cdot 5$$

Číslo $10^8 \cdot 5$ má 9 cifer.

- 9 Určete, kolik cifer má ve svém dekadickém zápisu číslo $25^{12} \cdot 4^{11}$.

NEJČASTĚJŠÍ CHYBY U MATURITNÍ ZKOUŠKY

1 Vypočtete 20 % z čísla 25^{800} .

(Výsledek vyjádřete rovněž ve tvaru mocniny, jejíž základ je prvočíslo či součin prvočísel.)

$$20 \% z 25^{800} = \frac{1}{5} \cdot (5^2)^{800} = 5^{-1} \cdot 5^{1600} = 5^{1599}$$

Obě čísla převedeme na mocniny se stejným základem (v tomto případě číslo 5) a upravíme podle pravidel počítání s mocninami $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Příklad lze řešit i jinými způsoby.

Pozor na požadovaný tvar výsledku.

2 Vypočtete, kterým číslem musíme vydělit 9^{710} , abychom dostali 27^{400} .

(Výsledek vyjádřete rovněž ve tvaru mocniny, jejíž základ je prvočíslo či součin prvočísel.)

$$\frac{9^{710}}{x} = 27^{400}$$

$$\frac{(3^2)^{710}}{x} = (3^3)^{400}$$

$$\frac{3^{1420}}{x} = 3^{1200}$$

$$3^{1420} = 3^{1200} \cdot x$$

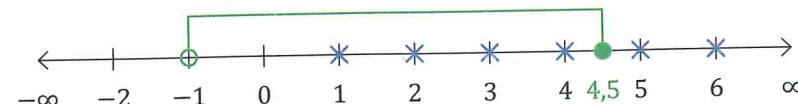
$$x = \frac{3^{1420}}{3^{1200}} = 3^{1420-1200} = 3^{220}$$

Podle zadání sestavíme rovnici, ve které zadaná čísla převedeme na mocniny se stejným základem (v tomto případě číslo 3) a hledané číslo označíme jako proměnnou.

Dále upravíme podle pravidel počítání s mocninami $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$ a pomocí ekvivalentních úprav rovnic.

Je nutné převést na mocninu o stejném základu.

3 $\mathbb{N}$ je množina všech přirozených čísel, $A = (-1; 4,5)$. Určete všechny prvky množiny $\mathbb{N} \cap A$.



$$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; \dots\}$$

$$A = (-1; 4,5)$$

$$\mathbb{N} \cap A = \{1; 2; 3; 4\}$$

Zápis $\mathbb{N} \cap A$ znamená průnik množin $\mathbb{N}$ a A , tedy ta čísla, která jsou prvky množiny $\mathbb{N}$ a zároveň množiny A .

Přirozená čísla jsou celá kladná čísla. Číslo nula tedy není přirozeným číslem.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Lukáš střílel na koš. Z prvních 15 hodů se střelil pouze 3krát. Jeho průběžná úspěšnost byla tedy po odházení 15 hodů 20 %. Všechny další hody se už střelil.

4

- 4.1 Vypočtete v procentech Lukášovu průběžnou úspěšnost po 20 hodech.
4.2 Kolikrát celkem házel na koš, jestliže byla jeho konečná úspěšnost 85 %?

4.1 15 hodů → trefil 3
netrefil 12
20 hodů → trefil 8
netrefil 12

↑ 100 % 20 hodů ↑
x % 8 hodů ↓

$$x = 100 \cdot \frac{8}{20}$$

$$x = 40 \%$$

4.2 $100 \% - 85 \% = 15 \%$

↑ 15 % 12 hodů ↑
100 % x

$$x = 12 \cdot \frac{100}{15}$$

$$x = 80 \text{ hodů}$$

Z textu plyne, že Lukáš měl celkem a pouze 12 neúspěšných hodů. S touto informací pracujeme v obou částech příkladu, protože dál se navyšuje jen počet úspěšných hodů.

Příklad lze řešit i jinými způsoby.

Je třeba si důkladně přečíst zadání příkladu a vhodně si podle něj zvolit 100 % a neznámou x.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

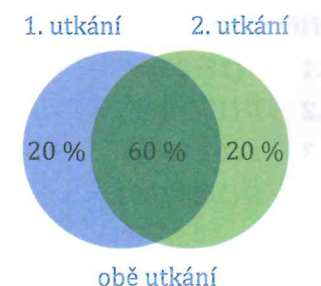
Na dva semifinálové zápasy v hokeji bylo plně vyprodáno. Počet lidí, kteří přišli na oba zápasy, tvoří 60 % všech diváků obou utkání.

5 Určete, kolik procent všech diváků obou zápasů tvoří diváci, kteří viděli první utkání.

Lidé, kteří viděli jen jedno utkání $100 \% - 60 \% = 40 \%$

Lidé, kteří viděli jen první zápas $\frac{40 \%}{2} = 20 \%$

Lidé, kteří viděli první zápas $20 \% + 60 \% = 80 \%$ z celkového počtu diváků



Pracujeme pouze s počty procent, nikoli s počty návštěvníků.

Je vhodné si situaci pro větší názornost nakreslit.

Je nutné si uvědomit, že na oba zápasy přišel stejný počet lidí (oba byly plně vyprodány).

Základ (v tomto případě počty lidí) je vždy 100 %.

6 Upravte výraz pro $n \in \mathbb{N}$ na mocninu o základu 9.

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{81^{4n+1}}{9^{7n+1}} =$$

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{81^{4n+1}}{9^{7n+1}} = 9^{-1} \cdot \frac{(9^2)^{4n+1}}{9^{7n+1}} = 9^{-1} \cdot \frac{9^{8n+2}}{9^{7n+1}} = 9^{-1+8n+2-(7n+1)} = 9^n$$

Všechna čísla převedeme na mocniny se stejným základem. Déle upravujeme podle pravidel počítání s mocninami: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$, $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$.

Příklad je nutné převést na mocninu o stejném základu a upravovat dle pravidel počítání s mocninami.

ÚLOHY K PROCVIČENÍ

- 1 Vypočtete a výsledek запиšte jako součin mocnin prvočísel.

$$\frac{20 \cdot 72 \cdot 225}{25 \cdot 36} =$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Krabičky s bonbóny jsou kvádry o rozměrech 10 cm, 12 cm a 15 cm.

- 2 Vypočtete rozměr nejmenší krychle, do které lze naskládat krabičky, a určete počet krabiček v této krychli.

- 3 Číslo n je součinem čísel 12 a 25. Vyberte nepravdivé tvrzení.

- A) Číslo n není dělitelné 6 nebo 15.
B) Číslo n je násobkem čísel 10, 20 a 30.
C) Číslo n není dělitelné 8 a 9.
D) Číslo n je násobkem čísel 4 a 7.
E) Číslo n je nejmenším společným násobkem čísel 12 a 25.

- 4 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (4.1–4.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- 4.1 Mezi prvočísky je číslo dělitelné 2.
4.2 Součinem každých dvou prvočísel je číslo složené.
4.3 Existuje číslo, které je dělitelné 12, ale není dělitelné 3.

A	N
☐	☐
☐	☐
☐	☐

- 5 Přiřaďte ke každému číslu (5.1–5.4) správnou hodnotu (A–F).

- 5.1 $n(15; 20) =$
5.2 $D(150; 180) =$
5.3 $n(10; 25) =$
5.4 $D(100; 160) =$

- A) 10
B) 20
C) 30
D) 40
E) 50
F) 60

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Paleta má délku 120 cm a šířku 80 cm. Na paletu umístíme maximální počet krabic délky 30 cm a šířky 20 cm. V každé krabici je jedna vrstva koulí o poloměru 5 cm.

- 6 Vypočtete počet koulí v jedné vrstvě na celé paletě.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 7

V tabulce jsou uvedeny nejvyšší denní a nejnižší noční teploty během pěti po sobě jdoucích dnů.

Den	Po	Út	St	Čt	Pá
Max. teplota	-2°C	0°C	2°C	5°C	7°C
Min. teplota	-10°C	-6°C	-3°C	0°C	1°C

- 7 Vypočtete průměrný rozdíl mezi maximální a minimální denní teplotou během uvedených dnů.

- 8 Přiřaďte správnou hodnotu k výrazu $\frac{(-1) \cdot |-2|}{-3} \cdot \frac{(-5+4)}{|-5+4|}$.

- A) $\frac{2}{3}$
B) -2
C) $\frac{3}{2}$
D) 2
E) $-\frac{2}{3}$

- 9 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (9.1–9.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- 9.1 Číslo opačné k nezápornému číslu je nekladné.
9.2 Součinem libovolného počtu záporných čísel je číslo kladné.
9.3 Rozdíl každých dvou záporných čísel je číslo kladné.

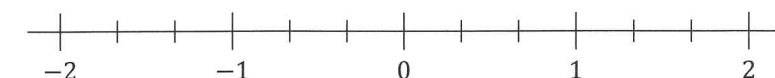
A	N
☐	☐
☐	☐
☐	☐

- 10 Přiřaďte ke každému výrazu (10.1–10.4) správnou hodnotu (A–F).

- 10.1 $(-2) + 3 =$
10.2 $-2 \cdot (-1)^2 =$
10.3 $(-2) \cdot (-1^2) =$
10.4 $(-3) - (-2) =$

- A) -1
B) -2
C) -5
D) 1
E) 2
F) 5

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 11



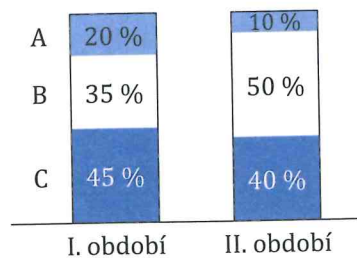
- 11 Vyznačte na číselné ose rozdíl součinu a podílu čísel $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{3}$.

12 Vypočtete.

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{2}} + \frac{\frac{2}{3} + 2}{2} =$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

V grafech je znázorněno zastoupení firem A, B a C na trhu během dvou období.



13 Určete, jak se změnil podíl zastoupení firmy B od I. do II. období.
(Zaokrouhlete na celá procenta.)

- A) Zvětšil se na 90 %.
- B) Zvětšil se o 50 %.
- C) Nezměnil se.
- D) Zvětšil se o 43 %.
- E) Zvětšil se na 15 %.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Je dáno číslo 12 395.

14 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (14.1–14.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- 14.1 Při zaokrouhlení čísla na tisíce se číslo zmenší.
- 14.2 Při zaokrouhlení čísla na stovky je stejný výsledek jako při zaokrouhlení na desítky.
- 14.3 Při zaokrouhlení čísla na jednotky se číslo zvětší.

A	N
☐	☐
☐	☐
☐	☐

15 Přiřaďte ke každé otázce (15.1–15.4) správnou odpověď (A–F).

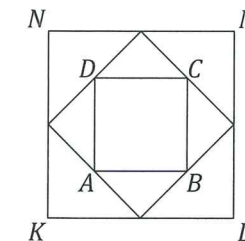
- 15.1 O kolik procent se změní obsah obdélníku při prodloužení stran o 50 %?
- 15.2 Jaká je výsledná cena výrobku vzhledem k původní ceně při postupném zdražení o polovinu a následně slevě na polovinu?
- 15.3 Na kolik procent z původní délky se změní úsečka při změně délky v poměru 5 : 10?
- 15.4 O kolik procent se změní doba testu při prodloužení z 60 minut na 75 minut?

- A) 25 %
- B) 50 %
- C) 75 %
- D) 100 %
- E) 125 %
- F) 175 %

16 Určete, pro která x platí $|x| = |-x|$.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK ÚLOZE 17

Vrcholy čtverců na obrázku leží vždy v polovině strany čtverce vnějšího.



17 Určete poměr obsahů čtverců ABCD a KLMN.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Obdélník má strany v poměru 4 : 3. Délku delší strany nezměníme, délku kratší strany zmenšíme. Výsledný obdélník má strany v poměru 16 : 9.

18 O kolik procent se zmenšila kratší strana obdélníku?

- A) 22,5 %
- B) 25 %
- C) 30 %
- D) 33 %
- E) 56 %

19 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (19.1–19.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

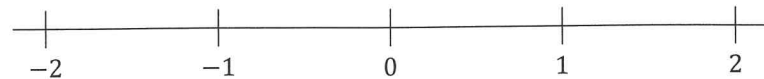
- 19.1 Převrácená hodnota kladného čísla je číslo záporné.
- 19.2 Absolutní hodnota reálného čísla je vždy číslo kladné.
- 19.3 Druhá mocnina reálného čísla je vždy číslo nezáporné.

A	N
☐	☐
☐	☐
☐	☐

20 Přiřaďte ke každému výrazu (20.1–20.4) správnou hodnotu (A–F).

- 20.1 $(\sqrt{2})^4 =$
- 20.3 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$
- 20.3 $-\sqrt{4} =$
- 20.4 $4^{-\frac{1}{2}} =$

- A) -2
- B) $-\frac{1}{2}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) 2
- E) 4
- F) neexistuje



21 Vyznačte na číselné ose průnik množiny kladných reálných čísel a množiny reálných čísel menších než 1.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

Číselná množina A má vlastnosti: obsahuje reálná čísla, neobsahuje záporná čísla, do množiny nepatří číslo 1.

22 Zapište množinu A.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Jsou dány intervaly $A = (2; \infty)$, $B = (-\infty; 5)$ a $C = (-1; 2)$.

23 Přiřaďte množině $M = (A \cap B) \cup C$ správný interval.

- A) $(-1; 2)$
- B) $(-\infty; \infty)$
- C) $(-\infty; 2)$
- D) $(-1; 5)$
- E) $(-1; 5)$

24 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (24.1–24.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- 24.1 Průnikem množiny kladných celých čísel a množiny kladných reálných čísel je množina kladných celých čísel.
- 24.2 Interval $(-1; 1)$ je podmnožinou intervalu $(-1; 1)$.
- 24.3 Množina přirozených čísel je podmnožinou čísel reálných.

A N

☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

25 Přiřaďte ke každé množině (25.1–25.4) správný výsledek (A–F).

- 25.1 $\mathbb{R}^+$
- 25.2 $\mathbb{R}^- \cap \mathbb{R}^+$
- 25.3 $\mathbb{R}_0^- \cup \mathbb{R}_0^+$
- 25.4 $\mathbb{R}_0^- \setminus \{0\}$

- A) $(1; \infty)$
- B) $\emptyset$
- C) $(-\infty; \infty)$
- D) $\{0\}$
- E) $(-\infty; 0)$
- F) $(0; \infty)$

ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

ALGEBRAICKÝ VÝRAZ

- zápis tvořený z proměnných, konstant a znaků pro algebraické operace (+; −; ·; :), zlomkovou čarou a závorkami, mocninami a odmocninami
- nulový bod výrazu
 - hodnota proměnné (zpravidla jediné), pro niž výraz nabývá hodnotu nula, tj. po jejímž dosazení za proměnnou po provedení všech operací dostaneme výsledek 0
- definiční obor výrazu
 - množina všech takových čísel, která smíme dosadit za proměnnou tak, abychom dostali smysluplný číselný výraz

OPERACE S MNOHOČLENY

- sčítání, odčítání
 - sečíst lze členy, které obsahují stejnou proměnnou ve stejné mocnině, např.

$$(3x^2 - 2x) + (4x^3 + x) = 4x^3 + 3x^2 - x$$

$$(2x^2y - 4y) + (5xy + 4x) = \dots$$
 Žádné členy nelze sečíst
- násobení
 - každý člen jednoho mnohočlenu násobíme postupně každým členem druhého mnohočlenu a získané součiny (pokud lze) sčítáme, např.

$$(2x - 4) \cdot (x^2 + x) =$$

$$= 2x \cdot x^2 + 2x \cdot x + (-4) \cdot x^2 + (-4) \cdot x =$$

$$= 2x^3 + 2x^2 - 4x^2 - 4x = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$
- dělení mnohočlenu jednočlenem
 - každý člen jednoho mnohočlenu násobíme postupně každým členem druhého mnohočlenu a získané součiny (pokud lze) sčítáme, např.

$$(6x^3 - 3x^2 + 9x) : (3x) = 2x^2 - x + 3$$
- dělení mnohočlenu mnohočlenem
 - postupujeme analogicky jako při dělení víceciferných čísel; každý člen děleného mnohočlenu dělíme nejvyšší proměnnou dělitele, např.

$$\begin{array}{r} u^3 - 4u^2 + 7u - 6 : (u - 2) = u^2 - 2u + 3 \\ -(u^3 - 2u^2) \\ \hline -2u^2 + 7u - 6 \\ -(-2u^2 + 4u) \\ \hline 3u - 6 \\ -(3u - 6) \\ \hline 0 \text{ (zbytek po dělení)} \end{array}$$

Dělení má smysl pro $u \neq 2$.

MNOHOČLEN

- součet konečného počtu členů, které jsou tvořeny součinem konstanty a jedné nebo více proměnných, případně mocnin proměnných
 - $3xy + 2x$ je dvojčlen se dvěma proměnnými (x a y)
 - $2x^3 - 3x^2 - 6x + 7$ je čtyřčlen s jednou proměnnou (třetího stupně)
- mnohočlen stupně n (nebo n -tého stupně)
 - výraz ve tvaru

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$
 v němž $a_0, a_1, \dots, a_n$ jsou reálná čísla (konstanty), $a_n \neq 0$; tzv. koeficienty mnohočlenu
 - $5x^4 - 2x^3 + x - 3$ je mnohočlen čtvrtého stupně (proměnné x) s koeficienty $a_4 = 5, a_3 = -2, a_2 = 0, a_1 = 1$ a $a_0 = -3$
- kvadratický trojčlen
 - trojčlen stupně 2, obvykle ho zapisujeme ve tvaru

$$ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

kvadratický člen ▲
▼ lineární člen
▲ konstantní (absolutní) člen
 - reálná čísla a, b, c jsou koeficienty kvadratického trojčlenu
 - pokud $b = 0$, pak mluvíme o kvadratickém dvojčlenu

VZORCE PRO POČÍTÁNÍ S MNOHOČLENY

- umocnění mnohočlenu
 - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 - $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 - $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 - $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
 - $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
- rozklad mnohočlenů na součin
 - $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
 - $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
 - $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$
 - $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$
 - $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$
 - $a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$
 - $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$