

23 - Exponenciální funkce

Video

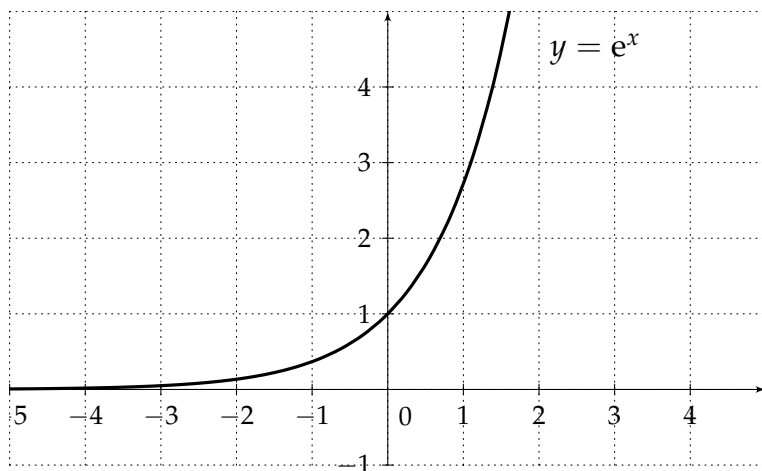
Příklady: 179, 188



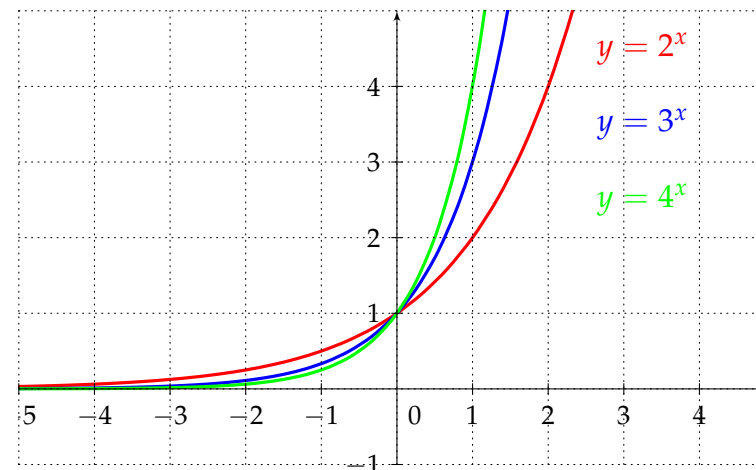
1.3.4 Exponenciální funkce

$$y = a^x, \quad a > 0, a \neq 1$$

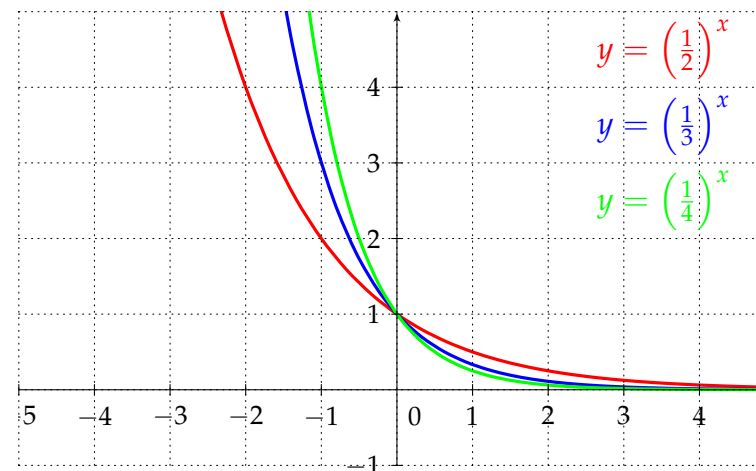
- $D_f = \mathbb{R}, H_f = (0, \infty)$
- číslo a se nazývá **základ** exponenciální funkce
- grafy protínají osu y v bodě $[0, 1]$
- funkce jsou ohraničené zdola, nejsou ani sudé ani liché
- funkce jsou prosté (inverzní funkce jsou funkce logaritmické)
- speciálně: Je-li základem Eulerovo číslo $e = 2,71828\dots$ pak funkce $y = e^x$ se nazývá **přirozená exponenciální funkce**.



je-li $a > 1$, jsou funkce rostoucí



je-li $0 < a < 1$, jsou funkce klesající



24 - Logaritmické funkce

Video

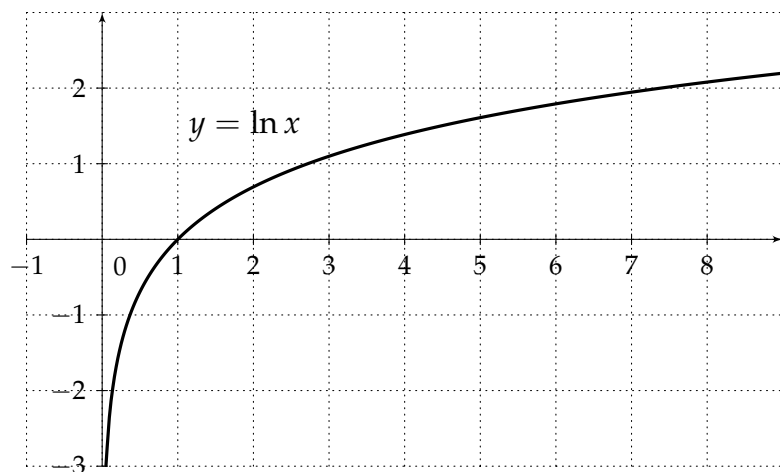
Příklady: 180, 189



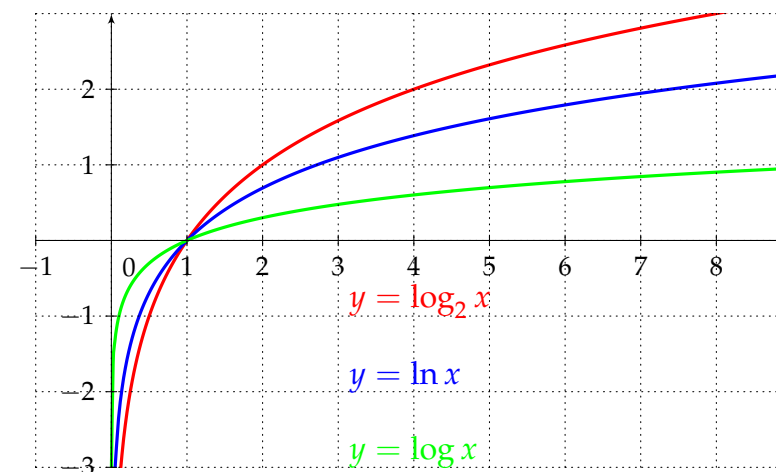
1.3.5 Logaritmické funkce

$$y = \log_a x, \quad a > 0, a \neq 1$$

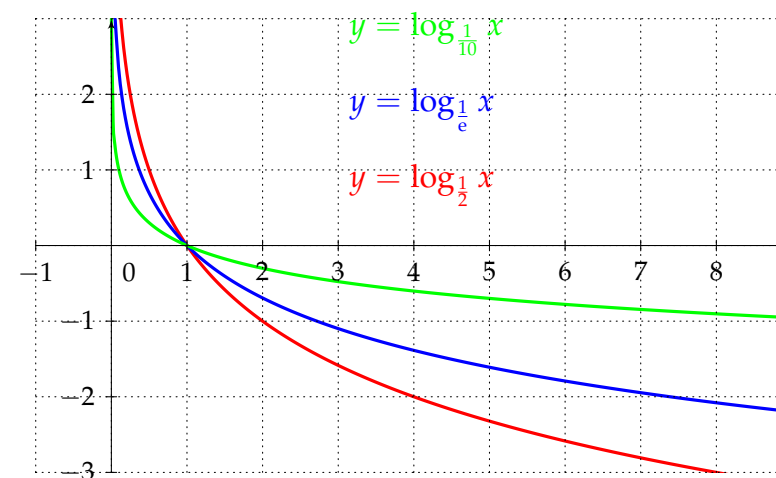
- $D_f = (0, \infty)$, $H_f = \mathbb{R}$
- číslo a se nazývá **základ** logaritmické funkce
- grafy protínají osu x v bodě $[1, 0]$
- funkce jsou neohraničené, nejsou ani sudé ani liché,
- funkce jsou prosté (logaritmické funkce jsou inverzní k exponenciálním)
- speciálně: Je-li základem Eulerovo číslo e , pak $y = \log_e x = \ln(x)$ a nazývá se **přirozený logaritmus**.
- Je-li základem číslo 10, pak $y = \log_{10} x = \log x$ a nazývá se **dekadický logaritmus**.



je-li $a > 1$, jsou funkce rostoucí



je-li $0 < a < 1$, jsou funkce klesající



83 - Definiční obor - logaritmus

Poznámky

Zadání Určete definiční obor funkce $y = \log(x^2 - 4x + 4)$ a $y = \ln \frac{2-x}{x^2+x}$.

Řešení

V zadání se objevuje logaritmus. Argument musí být kladný.

Video Teorie: **11** Příklady: **173, 174, 175**



$$x^2 - 4x + 4 > 0$$

Budeme řešit kvadratickou nerovnici.

$$D = 16 - 16 = 0$$

Dostaneme jeden dvojnásobný kořen.

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} = 2$$

$$(x - 2)^2 > 0$$

Druhá mocnina je vždy nezáporná (větší nebo rovna nule), vadí nám tedy pouze možnost, že se závorka bude nule rovnat.

$$x \neq 2$$

Vyloučíme tedy tento bod.

Definiční obor funkce je $D(f) = \mathbf{R} - \{2\}$

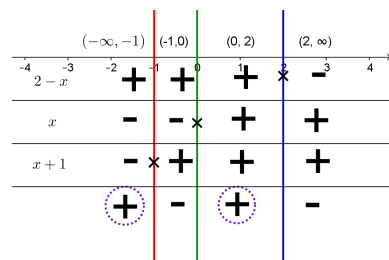
$$\frac{2-x}{x^2+x} > 0$$

Budeme řešit nerovnici.

$$\frac{2-x}{x(x+1)} > 0$$

Jmenovatele upravíme.

$$x = 2, x = 0, x = -1 \quad \text{Nulové body.}$$



Definiční obor funkce je $D(f) = (-\infty, -1) \cup (0, 2)$

173 - Definiční obory

Zadání Určete podmínky a najděte definiční obor funkce.

a) $y = \ln \frac{2+x}{x} + \sqrt{4-3x-x^2}$

b) $y = \sqrt{(1-2x) \ln x}$

c) $y = \ln \left(2 + \frac{2x+6}{3-x} \right)$

d) $y = \frac{1}{(4-x) \ln(x-2)}$

Řešení

Video Teorie: 11 Řešené příklady: 82, 83, 84 , 85, 86 

Tahák

Zlomek
jmenovatel je různý od 0

Sudá odmocnina
výraz pod odmocninou je
nezáporný

Logaritmus
argument je kladný

Tangens
argument je různý od
 $\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}$

Kotangens
argument je různý od $k \cdot \pi$,
 $k \in \mathbb{Z}$

Arkussinus, arkuskosinus
argument leží v intervalu
 $\langle -1, 1 \rangle$

179 - Graf exponenciální funkce

Zadání Přiřaďte k obrázku správný funkční předpis.

a) $y = 2^x$

b) $y = -2^x$

c) $y = 2^x + 1$

d) $y = 2^{(x+1)}$

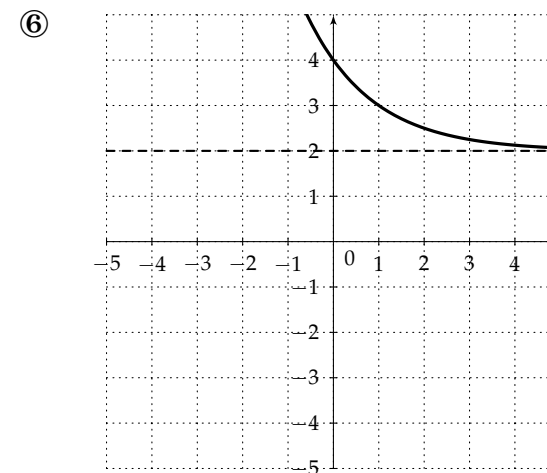
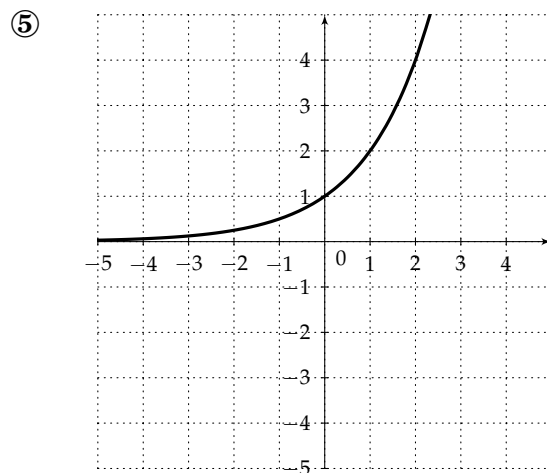
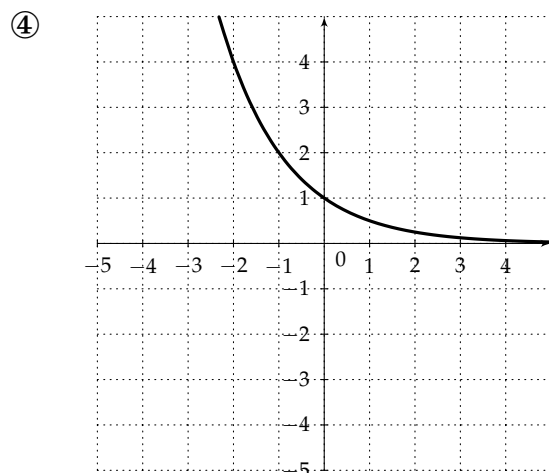
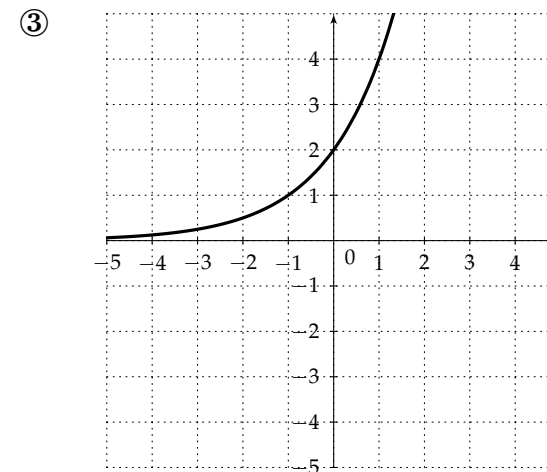
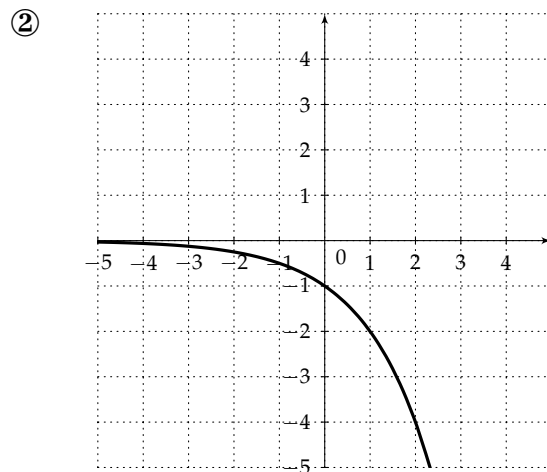
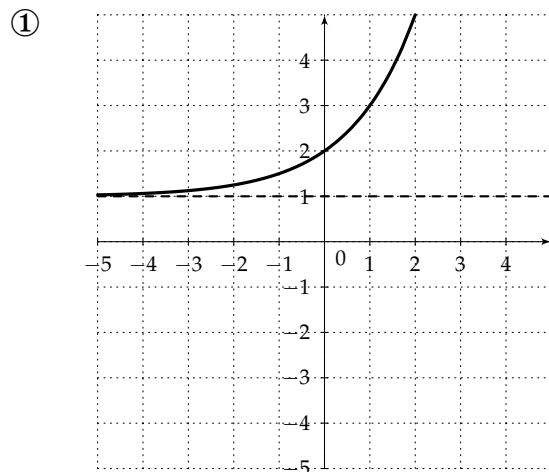
e) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

f) $y = 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$

Doplňte definiční obor a obor hodnot. Zjistěte, zda je funkce sudá nebo lichá. Najděte intervaly, na kterých je funkce rostoucí, klesající. Je funkce ohraničená? Má funkce extrémy?

Řešení

Video **Teorie: 23** 



180 - Graf logaritmické funkce

Zadání Přiřaďte k obrázku správný funkční předpis.

a) $y = \log_3 x$

b) $y = \log_{1/3} x$

c) $y = \log_3 (x - 2)$

d) $y = 2 \log_{1/3} x$

e) $y = 2 + \log_3 x$

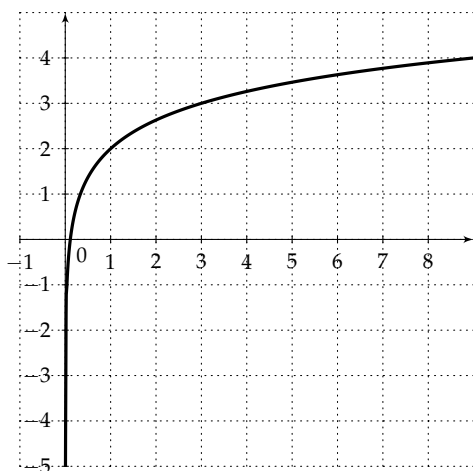
f) $y = \log_3 (x + 2)$

Doplňte definiční obor a obor hodnot. Zjistěte, zda je funkce sudá nebo lichá. Najděte intervaly, na kterých je funkce rostoucí, klesající. Je funkce ohraničená? Má funkce extrém?

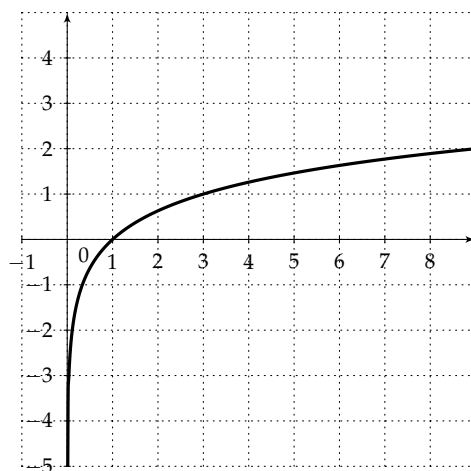
Řešení

Video Teorie: 24 

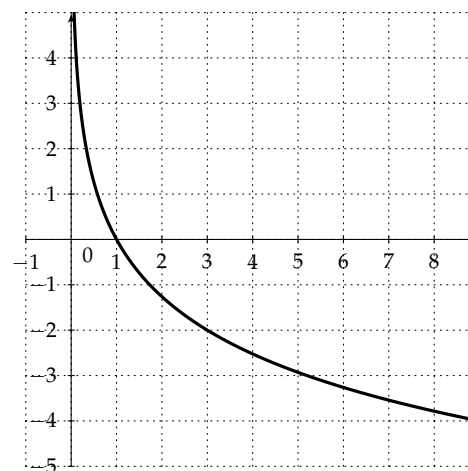
①



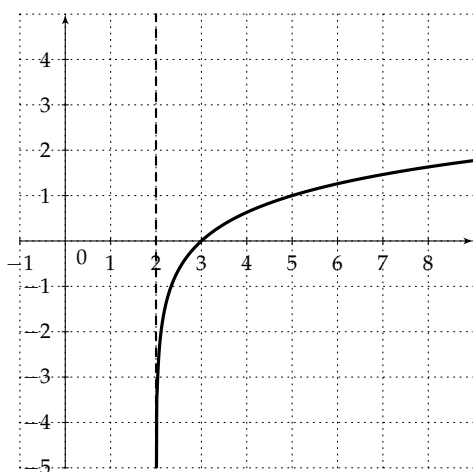
②



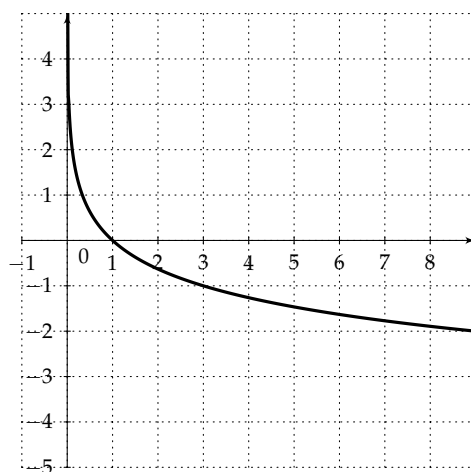
③



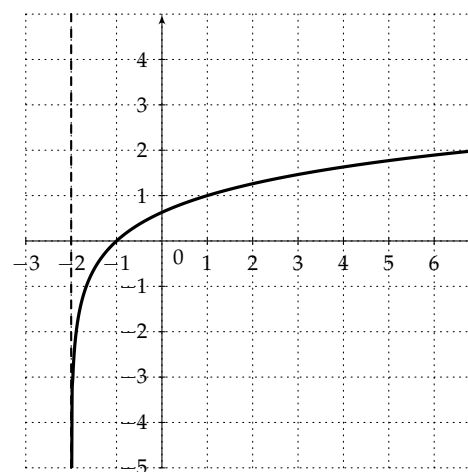
④



⑤



⑥



188 - Graf exponenciální funkce - doplnit

Zadání Do připravených obrázků nakreslete grafy zadaných funkcí.

a) $y = 3^x$

b) $y = 1 + 3^x$

c) $y = 3^{x+1}$

d) $y = 1 - 3^x$

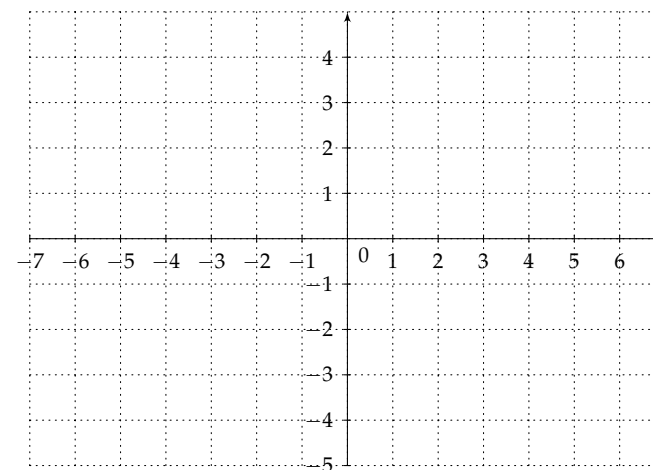
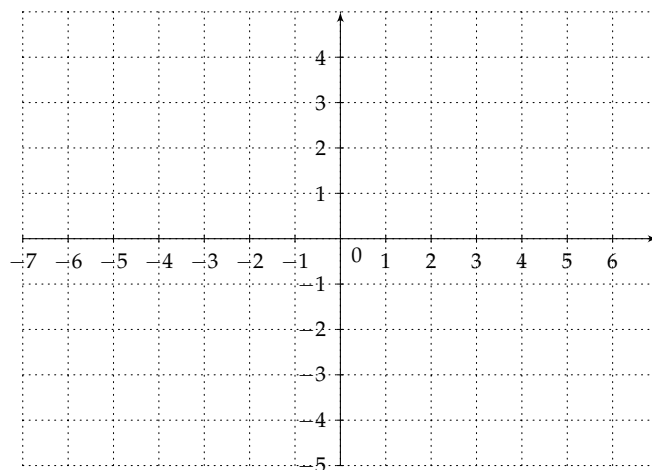
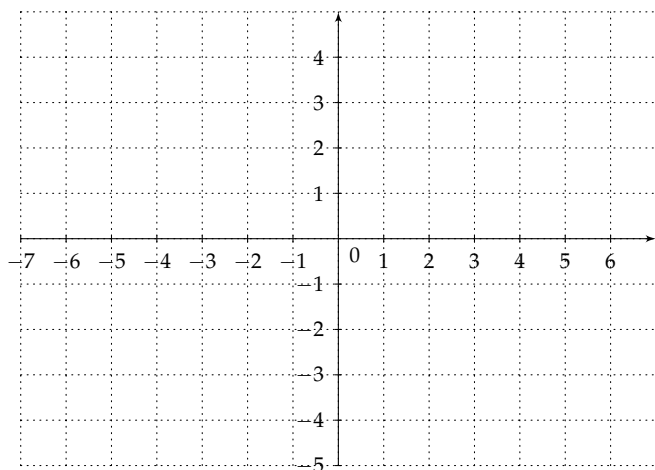
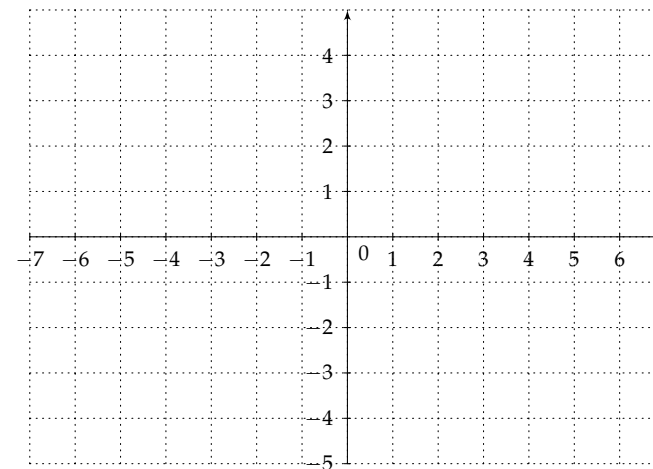
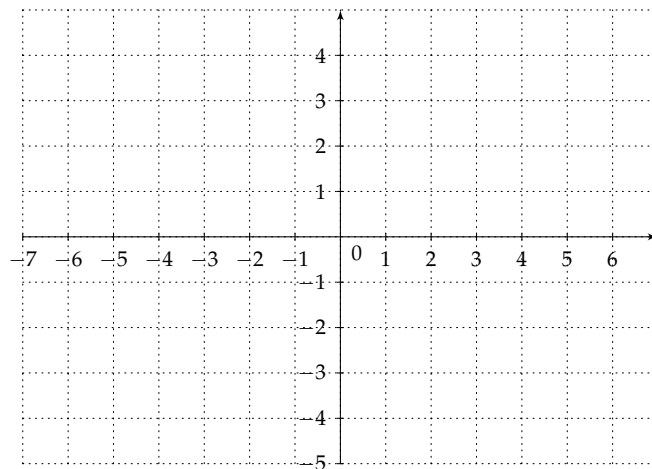
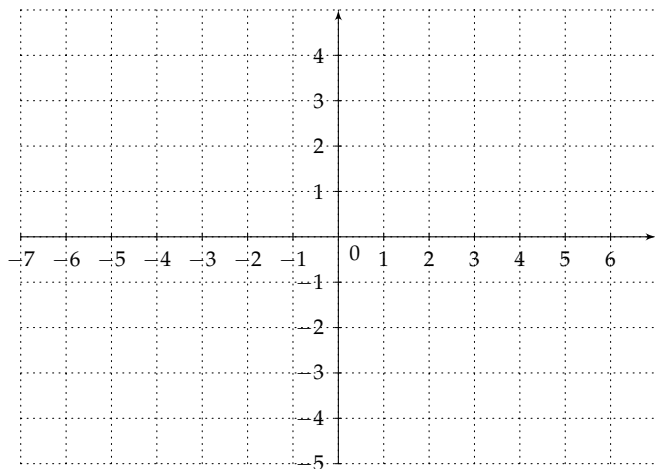
e) $y = 3^{-x}$

f) $y = 3 - 3^{-x}$

Doplňte definiční obor a obor hodnot. Zjistěte, zda je funkce sudá nebo lichá. Najděte intervaly, na kterých je funkce rostoucí, klesající. Je funkce ohraničená? Má funkce extrém?

Řešení

Video **Teorie: 23** 



189 - Graf logaritmické funkce - doplnit

Zadání Do připravených obrázků nakreslete grafy zadaných funkcí.

a) $y = \ln x$

b) $y = \ln(2x)$

c) $y = \ln(2 + x)$

d) $y = 2 + \ln x$

e) $y = 2 \ln x$

f) $y = 2 - \ln x$

Doplňte definiční obor a obor hodnot. Zjistěte, zda je funkce sudá nebo lichá. Najděte intervaly, na kterých je funkce rostoucí, klesající. Je funkce ohraničená? Má funkce extrém?

Řešení

Video Teorie: 24 

